GEOFIZIKA	Vol. 1	1984

Kratko priopćenje

Određivanje dubine žarišta potresa na osnovi makroseizmičkih podataka

Mladen Živčić

Geofizički zavod, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb

Primljeno 14. prosinca 1983.

UDK 550.341

Ovisnost makroseizmičkog intenziteta o epicentralnoj udaljenosti definirana je s četiri parametra: koeficijentom p, intenzitetom I_o u epicentru, dubinom h žarišta potresa i koeficijentom α apsorpcije. Sve poznate metode određivanja tih parametara pretpostavljale su poznavanje intenziteta potresa u epicentru i/ili rabile grafički postupak. Intenzitet u epicentru smatran je diskretnom varijablom, a vrijednost koeficijenta p bila je unaprijed pridjeljivana. Promatrajući intenzitet potresa u epicentru kao kontinuiranu varijablu koja može poprimiti bilo koju vrijednost veću ili jednaku maksimalnom opaženom intenzitetu moguće je primjeniti metodu najmanje sume kvadrata odstupanja pri određivanju vrijednosti parametara. Jedina je pretpostavka da su vrijednosti parametara barem približno poznate. Postupak se sastoji u određivanju popravaka početnim vrijednostima sve dok se ne postigne najbolje podudaranje s opaženim vrijednostima. Na taj način određivanje dubine žarišta potresa ne ovisi o pretpostavkama sadržanim u pridjeljivanju intenziteta u epicentru, a izbjegnute su i netočnosti grafičkog postupka. U slučajevima kad je broj opaženih polumjera izoseista veći od broja parametara koji se određuje moguće je i računanje standardnih devijacija kao kvantitativne mjere točnosti dobivenih rezultata.

Focal depth determination using macroseismic data

The macroseismic intensity – distance relation (Eq.6) is defined through four parameters: coefficient p, epicentral intensity I_o, focal depth h and absorption coefficient. All the known methods for parameter estimation were based on „a priori" knowledge of the epicentral intensity and/or used a graphical procedure. Also, the epicentral intensity was taken as discrete variable and the value to the coefficient p was assigned in advance. By considering the epicentral intensity as a continuous variable that can achieve any value greater or equal to the maximum observed intensity, it was possible in this paper to apply the least squares method for parameters determination. The only assumption is that the starting values of the parameters, that are to be determined, are roughly known. The procedure consists in calculating the corrections to the starting values of parameters until the best fit, in the sense of Eq. (17), is obtained. In this way the focal depth determination does not depend on the assumptions contained in the assignment of the epicentral intensity, and the imprecision of the graphical method is avoided. The method could be applied for the determination of any combination of the parameters of Eq. (6), providing that the number of observed isoseismal radii is not less than the number of the parameters to be estimated. In the cases where the number of observed isoseismal radii exceeds the number of the parameters to be estimated, the error estimation is also possible, giving the quantitative measure of the precision of the results obtained. Due to the flexibility of the method and its applicability to the electronic computer the parameter estimation is much faster and more precise than before.

1. Uvod

Određivanje dubine žarišta potresa koja leže u Zemljinoj kori zasniva se, uglavnom, na makroseizmičkim podacima (Cvijanović, 1981; Karnik, 1969; Karnik, 1959; Kondoskaja i Shebalin, 1977; Prochazkova i Dudek, 1980; Ribarič, 1982; Shebalin et al., 1974). Mikroseizmičko određivanje dubine žarišta zahtijeva identifikacije faza pP ili sP na seizmogramu što je vrlo teško za slabije plitke potrese. Druga je mogućnost mikroseizmičkog određivanja dubine uz pomoć seizmoloških postaja vrlo blizih žarištu potresa (do epicentralnih udaljenosti od najviše nekoliko iznosa dubina) i uz točno poznavanje strukture Zemljine kore u području žarišta, što je također rijetko zadovoljeno.

Makroseizmičke metode određivanja dubine žarišta potresa primjenjuju izraze za ovisnost opadanja intenziteta I potresa s epicentralnom udaljenošću, za koje se pretpostavlja da su oblika

$$I = c - x \log r - y\, r, \qquad r^2 = s^2 + h^2 \tag{1}$$

gdje je r – udaljenost točke opažanja od žarišta potresa, s – epicentralna udaljenost, h – dubina žarišta, a c, x i y su konstante. Ta se relacija zasniva na vezi makroseizmičkog intenziteta i akceleracije a tla u obliku

$$I = p \log a + q, \tag{2}$$

(p i q su konstante) i jednadžbi rasprostiranja seizmičke energije

$$E = E_o r^{-2}\, e^{-\gamma r}. \tag{3}$$

gdje je E_o – energija oslobođena u žarištu potresa, E – energija na udaljenosti r od žarišta i γ – koeficijent prigušenja seizmičke energije. Pri tomu se, u prvoj aproksimaciji, veličine x, y, p, q i γ uzimaju kao konstante, iako ovise o mnogim faktorima kao što su period seizmičkih valova, dimenzije žarišta, geološki uvjeti u točki opažanja, svojstva sredstva kroz koje se rasprostiru valovi, mehanizam potresa itd. Također se pretpostavlja da se valovi potresa rasprostiru pravocrtno.

Jednadžba (1) može se pisati u obliku:

$$I(s) = c - p \log \sqrt{s^2 + h^2} - p\, M\, \alpha \sqrt{s^2 + h^2}, \tag{4}$$

gdje je α koeficijent apsorpcije makroseizmičkog intenziteta, a $M = \log e = 0.4343$.

Označi li se s I_o intenzitet u epicentru, to je vrijednost konstante c u jednadžbi (4)

$$c = I_o + p \log h + p\, M\, \alpha\, h \tag{5}$$

i jednadžba (1) poprima konačan oblik

$$I(s) = I_o - p \log (\sqrt{s^2 + h^2}/h) - p\, M\, \alpha (\sqrt{s^2 + h^2} - h). \tag{6}$$

Vidljivo je da je opadanje makroseizmičkog intenziteta s epicentralnom udaljenošću u potpunosti definirano sa četiri parametra: I_o, p, α i h. Poznavajući najmanje četiri udaljenosti s_i na kojima su opaženi različiti intenziteti I_i moguće je odrediti vrijednosti sva četiri parametra. Pri tomu se za vrijednosti s_i najčešće uzimaju srednji polumjeri izoseista.

R. v. Kövesligethy je problem određivanja parametara pojednostavnio uzevši da je vrijednost koeficijenta p konstantna (p = 3) te dobio

$$I(s) = I_o - 3 \log (\sqrt{s^2 + h^2}/h) - 3\, M\, \alpha (\sqrt{s^2 + h^2} - h), \tag{7}$$

dok je A. Blake pretpostavio da je koeficijent α apsorpcije jednak nuli ($\alpha = 0$):

$$I(s) = I_o - p \log (\sqrt{s^2 + h^2}/h), \tag{8}$$

čime je broj parametara smanjen na tri.

Jednadžbe u navedena dva oblika već dulje vrijeme služe kao osnova za određivanje dubine žarišta potresa na osnovi makroseizmičkih podataka. Različiti su autori tom problemu pristupali na različite načine, međutim, u svim do sada primjenjivanim postupcima zajedničko je da je vrijednost intenziteta I_o u epicentru smatrana diskretnom varijablom, najčešće već poznatom. To je vrlo često uzrokovalo znatne pogreške pri određivanju dubine h žarišta potresa i koeficijenta α apsorpcije, odnosno koeficijenta p u jednadžbi (8). Kod samog određivanja parametara često su se rabili grafički postupci koji također unose određenu pogrešku u konačan rezultat.

U ovom se radu pošlo od pretpostavke da je intenzitet u epicentru kontinuirana varijabla koja može poprimiti bilo koju realnu vrijednost veću ili jednaku maksimalnom opaženom intenzitetu I_M. Parametri p, I_o, α i h u jednadžbi (6) određivani su primjenom metode najmanje sume kvadrata odstupanja. Time je omogućeno brzo i matematički optimalno određivanje bilo koje kombinacije parametara jednadžbe (6) uz uvjet da broj opaženih izoseista nije manji od broja parametara koji se određuju.

2. Matematički izvod

Neka su I_i opaženi intenziteti i s_i pripadne epicentralne udaljenosti (najčešće srednji polumjeri izoseista); i = 1,2, ... N; N – broj izoseista. Pretpostave li se neke polazne vrijednosti parametara I'_o, p', α' i h' u jednadžbi (6), intenzitet I'_i u udaljenosti s_i dan je kao

$$I'_i = I'_o - p' \log (\sqrt{s_i^2 + h'^2}/h') - p' M \alpha' (\sqrt{s_i^2 + h'^2} - h'). \tag{9}$$

Općenito će opaženi intenzitet I_i na udaljenosti s_i biti različit od intenziteta izračunatog prema jednadžbi (9), tj.

$$I_i - I'_i = I_i - I'_o + p' \log (\sqrt{s_i^2 + h'^2}/h') + p' M \alpha'(\sqrt{s_i^2 + h'^2} - h') = v'_i \tag{10}$$

gdje je v'_i odstupanje opažene vrijednosti intenziteta od računate. Vrijednosti v_i su, općenito, različite od nule i njihov je iznos ovisan o vrijednostima parametara I_o, p, α i h te se može pisati

$$v_i = f_i (I_o, p, \alpha, h). \tag{11}$$

Početne vrijednosti parametara treba poboljšati tako da zbroj kvadrata odstupanja v_i bude najmanji. U tu svrhu promatrat će se vrijednosti v_i u nekoj okolini točke (I'_o, p', α', h'). Do tih se vrijednosti dolazi razvojem funkcije u Taylorov red:

$$f_i (I'_o + \delta I_o, p' + \delta p, \alpha' + \delta\alpha, h' + \delta h) = f_i (I'_o, p', \alpha', h') +$$
$$+ \frac{\partial f_i}{\partial I_o} \delta I_o + \frac{\partial f_i}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f_i}{\partial \alpha} \delta\alpha + \frac{\partial f_i}{\partial h} \delta h + \ldots \tag{12}$$

gdje su s δ označene udaljenosti po pojedinim parametrima od polazne točke. Ograničimo li se samo na male udaljenosti, kvadratne i više potencije članova u razvoju možemo zanemariti.

Vrijednosti parcijalnih derivacija u prethodnoj jednadžbi su:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial f_i}{\partial I_o} = -1, \\
&\frac{\partial f_i}{\partial p} = \log\left(\sqrt{s_i^2 + h'^2}/h'\right) + M\,\alpha'\left(\sqrt{s_i^2 + h'^2} - h'\right) = A_i, \\
&\frac{\partial f_i}{\partial \alpha} = p'M\left(\sqrt{s_i^2 + h'^2} - h'\right) = B_i, \\
&\frac{\partial f_i}{\partial h} = p'M\left(h'/(s_i^2 + h'^2) - 1/h' + \alpha' h'/\sqrt{s_i^2 + h'^2} - \alpha'\right) = C_i.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

te uz

$$f(I'_o, p', \alpha', h') = I_i - I_i' = D_i \tag{14}$$

slijedi

$$-\delta I_o + A_i\,\delta p + B_i\,\delta\alpha + C_i\,\delta h + D_i = v_i. \tag{15}$$

Zbroj kvadrata odstupanja dan je izrazom

$$
\begin{aligned}
&N\,\delta I_o^2 - 2[A]\,\delta I_o\,\delta p - 2[B]\,\delta I_o\,\delta\alpha - 2[C]\,\delta I_o\,\delta h - 2[D]\,\delta I_o + \\
&+ [AA]\,\delta p^2 + 2[AB]\,\delta p\,\delta\alpha + 2[AC]\,\delta p\,\delta h + 2[AD]\,\delta p + [BB]\,\delta\alpha^2 + \\
&+ 2[BC]\,\delta\alpha\,\delta h + 2[BD]\,\delta\alpha + [CC]\,\delta h^2 + 2[CD]\,\delta h + [DD] = [vv]
\end{aligned}
\tag{16}
$$

gdje su sume označene Gaussovim oznakama ($[ab] = \sum_{i=1}^{N} a_i b_i$).

Potrebno je odrediti koordinate točke u kojoj je zbroj kvadrata v_i^2 najmanji. Funkcija [vv] ima minimum u točci u kojoj su parcijalne derivacije po svakoj od varijabli jednake nuli, tj.

$$\frac{\partial [vv]}{\partial\,\delta I_o} = \frac{\partial [vv]}{\partial\,\delta p} = \frac{\partial [vv]}{\partial\,\delta\alpha} = \frac{\partial [vv]}{\partial\,\delta h} = 0, \tag{17}$$

što konačno dovodi do sustava od četiri linearne jednadžbe sa četiri nepoznanice:

$$
\begin{aligned}
N\,\delta I_o - [A]\,\delta p - [B]\,\delta\alpha - [C]\,\delta h - [D] &= 0 \\
-[A]\,\delta I_o + [AA]\,\delta p + [AB]\,\delta\alpha + [AC]\,\delta h + [AD] &= 0 \\
-[B]\,\delta I_o + [AB]\,\delta p + [BB]\,\delta\alpha + [BC]\,\delta h + [BD] &= 0 \\
-[C]\,\delta I_o + [AC]\,\delta p + [BC]\,\delta\alpha + [CC]\,\delta h + [CD] &= 0
\end{aligned}
\tag{18}
$$

Rješenja tog sustava su pomaci u koordinatama do tražene točke. Zbog ovisnosti parcijalnih derivacija (jedn. (13)) o koordinatama točke oko koje se razvija u Taylorov red, ovako dobiveni rezultat nije nužno i apsolutni minimum. Stoga je čitav postupak neophodno ponoviti s dobivenim vrijednostima parametara kao početnim.

Sustav (18) može se rješavati bilo kojom metodom, npr. pomoću determinanti. Ukoliko je broj N opaženih izoseista veći od broja k računatih parametara, moguće je izračunati i standardne devijacije σ_x pojedinog parametra:

$$\sigma_x = \frac{\sigma\sqrt{d_{xx}}}{\sqrt{D}} \tag{19}$$

gdje je d_{xx} minora za element x u determinanti D sustava, a ukupna standardna devijacija σ se računa kao

$$\sigma = \sqrt{\frac{[vv]}{N-k}} \tag{20}$$

Sustav (18) se može rješavati po bilo kojem broju parametara uz uvjet da je broj izoseista veći ili jednak broju traženih parametara.

3. Zaključak

Primjenom metode najmanje sume kvadrata odstupanja izveden je postupak koji na optimalan i objektivan način omogućuje određivanje bilo koje kombinacije parametara u jednadžbi opadanja makroseizmičkog intenziteta s udaljenošću. Eliminirane su pogreške do kojih dolazi procjenjivanjem intenziteta I_0 u epicentru kao i pogreške koje se javljaju kod primjene grafičkih metoda. Opisani analitički postupak vrlo je općenit i jednostavan za primjenu na računskom stroju čime je ovaj dio analize makroseizmičkih podataka znatno ubrzan i pojednostavljen.

Literatura:

1. Cvijanović, D. (1981), Seizmičnost područja SR Hrvatske, Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb
2. Jeffreys, H. (1961), Theory of Probability, Oxford University Press, Oxford, 447 pp.
3. Karnik, V. (1959), Die Seizmizität der Kleinen Karpaten, Travaux de l'Institut Géophysique de l'Académie Tchécoslovaque des Sciences, No 109, 181–213
4. Karnik, V. (1969), Seismicity of the European Area, Part 1, D. Reidel Publ. Co., Dodrecht – Holland, 364 pp.
5. Kondorskaja, N. V. i N. V. Shebalin, Eds. (1977), Novij katalog silnih zemletrjasenij na territorii SSSR s drevnejših vremen do 1975. g., Izd. Nauka, Moskva, 536 pp.
6. Prochazková, D. i A. Dudek (1980), Some Parameters of Earthquakes Originated in Central and Eastern Europe, Travaux de l'Institut Géophysique de l'Académie Tchécoslovaque des Sciences, No 538, 43–82
7. Ribarič, V. (1982), Seizmičnost Slovenije – Katalog potresov 792 n. e. – 1981., Publikacije Seizmološkeg zavoda SR Slovenije, Ser. A, Št. 1, 649 pp.
8. Shebalin, N. V., V. Karnik i D. Hadžievski, Eds. (1974), UNDP/UNESCO Survey of the Seismicity of the Balkan Region – Catalogue of Earthquakes, UNESCO, Skopje, 65 pp.
9. Sponheuer, W. (1960), Methoden zur Herdtiefenbestimmung in der Makroseizmik, Academie Verlag, Berlin, 117 pp.